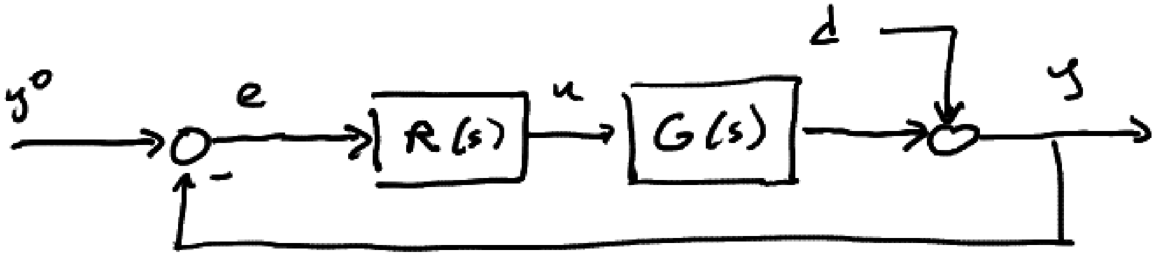
Controllori PID

Controllori PID



Legge di controllo PID nel tempo

$$u(t) = \underbrace{K_P\, e(t)}_{\text{Proporzionale}} + \underbrace{K_I \int_0^t e(\tau)\, d\tau}_{\text{Integrale}} + \underbrace{K_D \frac{de(t)}{dt}}_{\text{Derivativa}} \qquad (*)$$

AZIONI: Proporzionale Integrale Derivativa

Ipotesi (non limitativa): guadagno di $G(s)$ positivo

Parametri di progetto:

$K_P \geq 0$ coefficiente dell'azione proporzionale
$K_I \geq 0$ " " " integrale
$K_D \geq 0$ " " " derivativa

Fdt del controllore PID

Da (*), con $e(0)=0$ si ottiene

$$R_{PID}(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = \underbrace{K_P}_{R_P(s)} + \underbrace{\frac{K_I}{s}}_{R_I(s)} + \underbrace{K_D s}_{R_D(s)} = \frac{K_D s^2 + K_P s + K_I}{s}$$

Oss.
- R_{PID} ha due zeri a parte reale ≤ 0 e un integratore: è una fdt impropria
- Azione integrale $\rightarrow$ robusta regolazione a zero dell'errore (per setpoint a scalino)
  $\rightarrow$ reiezione robusta di disturbi $d(t)$ a scalino
- Azione derivativa: introduzione di uno zero $\rightarrow$ ampliamento della banda passante

Parametrizzazione alternativa

$$R_{PID}(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s\right) = K_P \frac{T_I T_D s^2 + T_I s + 1}{T_I s}$$

$\left.\begin{array}{l} T_I = \frac{K_P}{K_I} = \text{tempo integrale} \\ T_D = \frac{K_D}{K_P} = \text{tempo derivativo} \end{array}\right\}$ Parametri usati spesso in ambito industriale

↳ Se $T_I \geq 4 T_D$ si ottengono zeri reali

PID reale (regolatore proprio)

Rimpiazzare $R_D(s)$ con $R_D(s) = K_P \dfrac{s T_D}{1 + \frac{T_D}{N} s}$ ove $N \geq 0$ e $\dfrac{N}{T_D} \gg \omega_c$

Oss. Il polo aggiuntivo rende $R_{PID}(s)$ proprio e mantiene ω_c e φ_m quasi identiche

↳ Si progetta il PID ideale e si aggiunge il polo a posteriori (controllando che φ_m rimanga adeguato)

Perché i controllori PID sono diffusi?

- Semplice realizzazione in diverse tecnologie (e.g. elettronica, meccanica)
- Efficacia in molti processi industriali
- Semplicità di taratura dei parametri

↳ esistono metodi di taratura automatica che non richiedono di conoscere un modello del sistema sotto controllo

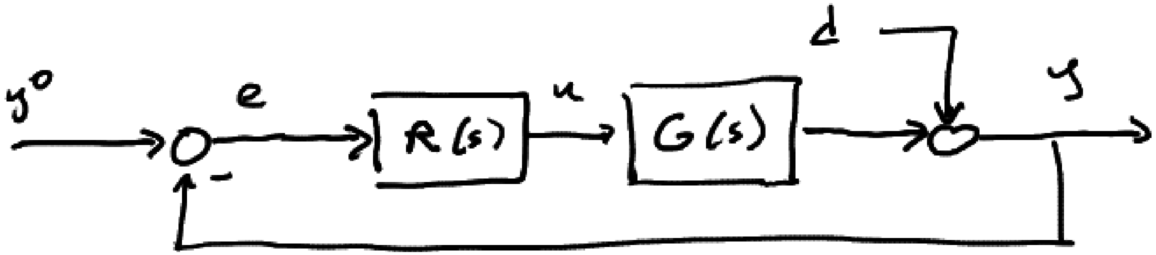
Sottoclassi notevoli di regolatori

Regolatore P: $R_P(s) = K_P$. → Se non è necessaria l'azione integrale per le prestazioni statiche

Regolatore I: $R_I(s) = \frac{K_I}{s}$

Regolatore PI: $R_{PI}(s) = K_P + \frac{K_I}{s} = \frac{s K_P + K_I}{s}$ → Ampliamento della banda passante in anello chiuso rispetto a $R_I(s)$

Taratura dei PID tramite la sintesi per tentativi



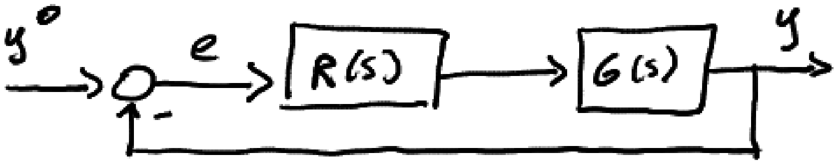
$$R_{PID} = \mu_R \frac{(\tau_1 s+1)(\tau_2 s+1)}{s}$$

Bisogna scegliere solo il guadagno e la posizione dei due zeri

Linee guida

- Gli zeri cancellano poli a sinistra di G(s)
- Il guadagno è tarato in modo da verificare specifiche dinamiche

Esempio



$$G(s) = 0.1 \, \frac{e^{-3s}}{(1+5s)(1+20s)}$$

Progettare un regolatore di tipo PID tale che

(R1) $e_\infty = 0$ per $y^\circ(t) = A \, \mathrm{sca}(t)$, $t \geq 0$, $\forall A \in \mathbb{R}$

(R2) $\varphi_m \geq 40^\circ$

(R3) la banda passante in anello chiuso sia massima possibile

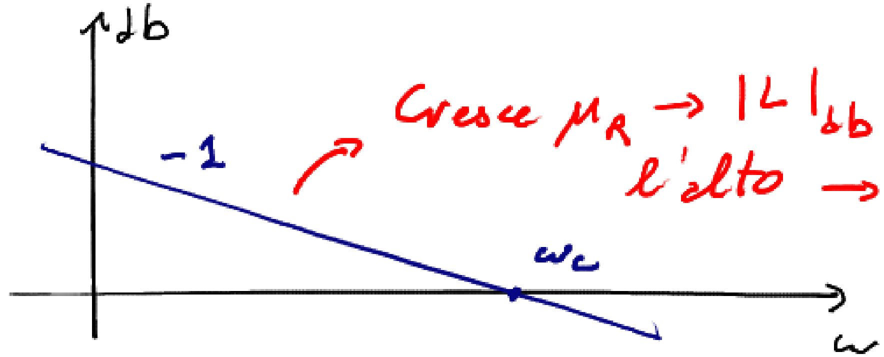
$$R(s) = \frac{\mu_R}{s}(s\tau_1+1)(s\tau_2+1)$$

Progetto statico

La fdt $y^o \to e$ è $S(s)$ → Requisito (R1) verificato grazie all'integratore

Progetto dinamico

Ponendo $\tau_1 = 5$ e $\tau_2 = 20$ si ha $L(s) = R(s)G(s) = \dfrac{0.1\,\mu_R}{s} e^{-3s}$



Cresce μ_R → $|L|_{db}$ si trasla verso l'alto → ω_c aumenta

Calcolo di ω_c in funzione di μ_R : $\left|\dfrac{0.1\mu_R}{j\omega_c}\right| = 1 \to \omega_c = 0.1\,\mu_R$

$$\varphi_m = 180^\circ - \left|-90^\circ - 0.1\cdot\mu_R\cdot 3\cdot\frac{180}{\pi}\right| = 90^\circ - 0.3\,\mu_R\,\frac{180}{\pi}$$

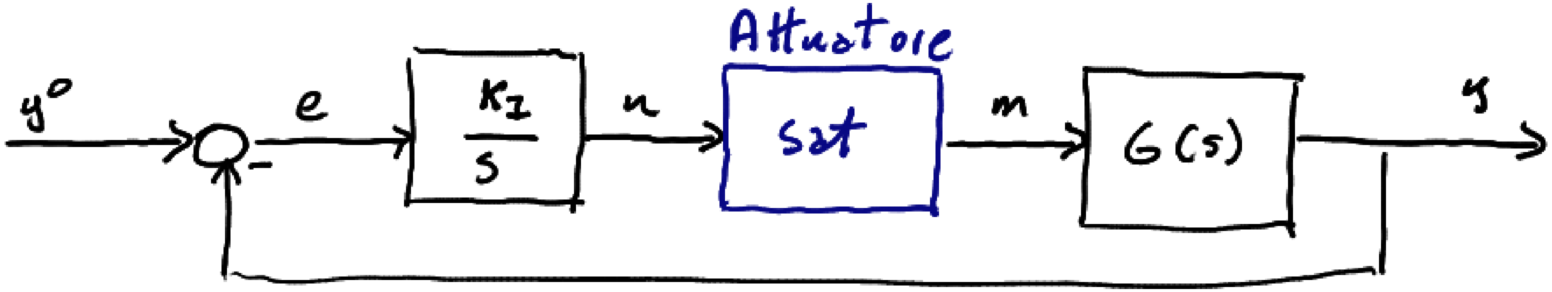
↳ per avere $\varphi_m \geq 40$ si ha $\mu_R \leq \dfrac{50\cdot\pi}{0.3\cdot 180} = 2.9$

Regolatore finale: $\dfrac{2.9}{s}(1+5s)(1+20s)$. → Trovare i parametri K_P, K_I e K_D a casa.

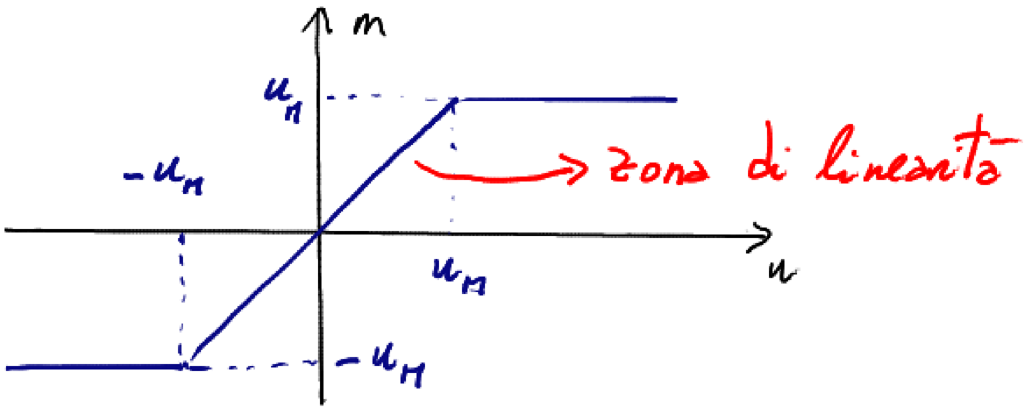
Realizzazione industriale dei controllori PI

Desaturazione dell'azione integrale

Schema con regolatore integrale e saturazione dell'attuatore

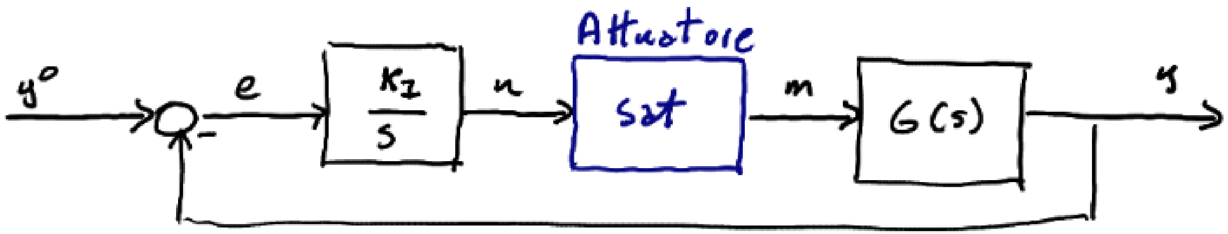


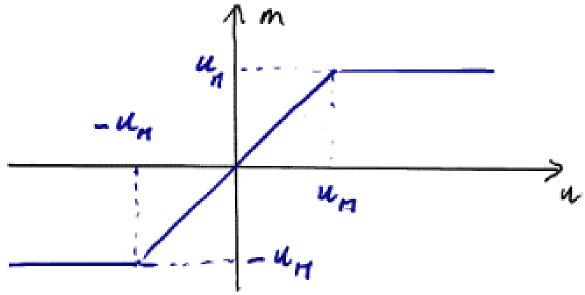
Blocco nonlineare $m(t) = \text{sat}(u(t))$

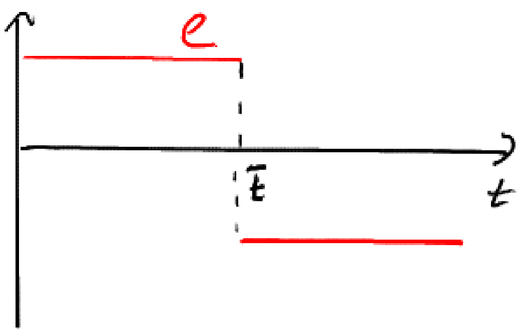


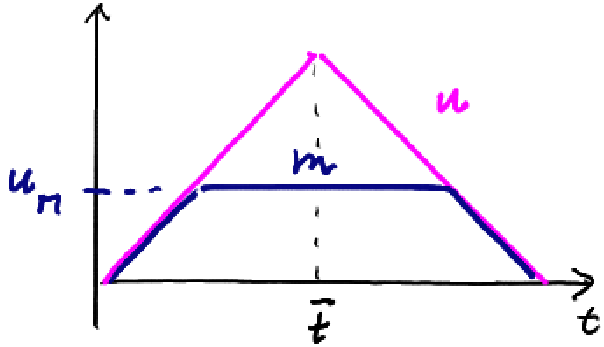
Problema

Se $e(t)>0$ per un certo tempo, $u(t)$ cresce e $m(t)$ satura al valore u_M.
Quando $e(t)$ diventa <0, $u(t)$ decresce ma $m(t)=u_M$ finché $u(t)>u_M$





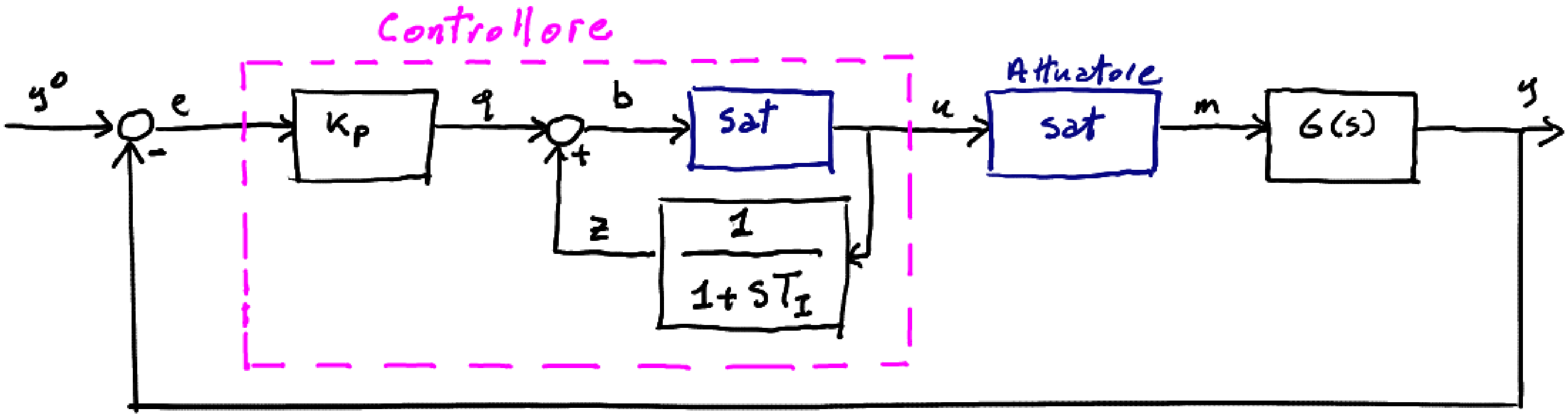




Fenomeno del wind-up: indesiderato. Si vorrebbe $m(t) \le u_M$ non appena $e(t)$ cambia segno

Oss.
- Stesso problema se $e(t)$ passa da <0 a ≥ 0 dopo lungo tempo
- Fenomeno presente anche se $R(s)$ è più complicato (e.g. PI o PID)
  ↳ basta che contenga un integratore

Schema di desaturazione (anti-windup) per PI



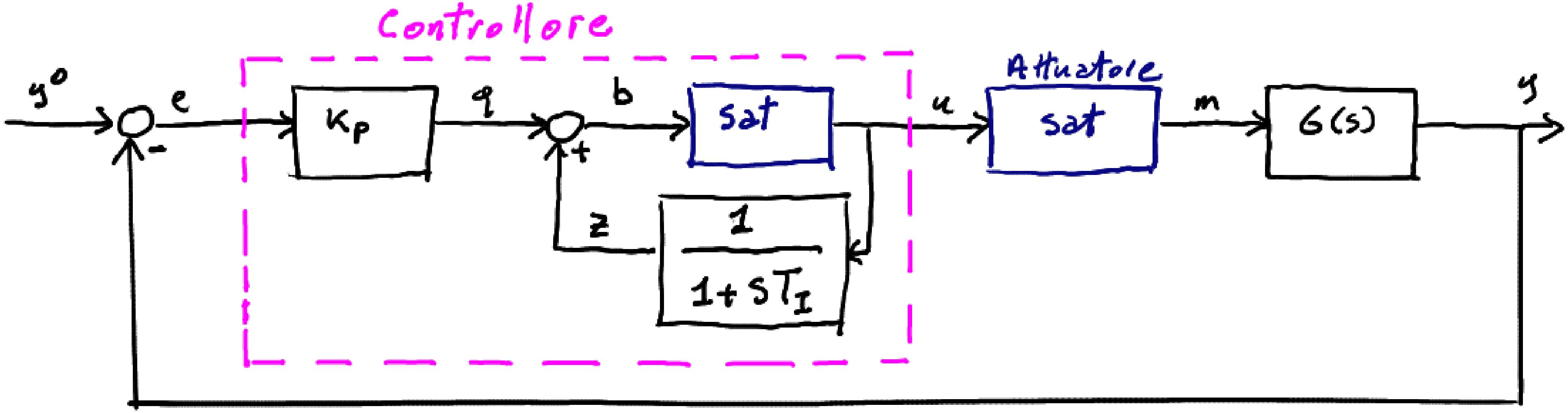
Se le saturazioni operano in zona di linearità ($sat(x) = x$)

- il blocco sat è equivalente ad un blocco con fdt uguale a 1
- la fdt $e \to u$ è

$$\frac{u(s)}{e(s)} = \frac{1}{1-\frac{1}{1+sT_I}} K_p = K_p \frac{1+sT_I}{sT_I}$$

fdt del PI

Schema di desaturazione (anti-windup) per PI



Supponiamo $K_p > 0$

- Se $e(t) > 0$ per un certo tempo, quando $b(t) > u_M$ si ha $u(t) = u_M$ e $z(t)$ tende a u_M ($z(t)$ è l'uscita di $\frac{1}{1+sT_I}$)
- Non appena $e(t)$ diventa < 0, $q(t)$ diventa $< 0 \longrightarrow b(t) = q(t) + z(t)$ diventa $< u_M \longrightarrow u(t)$ esce dalla zona di saturazione

Oss.
- Si è replicata la funzione di saturazione del controllore nell'attuatore
- L'idea è di "caricare" lo stato di $\frac{1}{1+sT_I}$ in modo che $u(t)$ sia simile a $m(t)$
- Esistono schemi anti-windup per controllori generici con azione integrale

Oss. Si progetta il controllore PI come se la saturazione non esistesse e lo si implementa come nello schema precedente

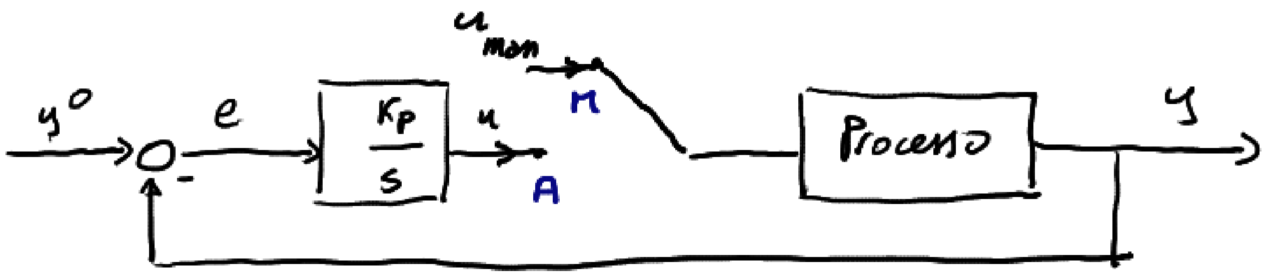
Inserimento morbido della regolazione automatica

- Componenti nonlineari → linearizzazione attorno a un Punto di Funzionamento Nominale (PFN) → progetto di $R(s)$ → $R(s)$ è efficace quando il sistema opera nell'intorno del PFN

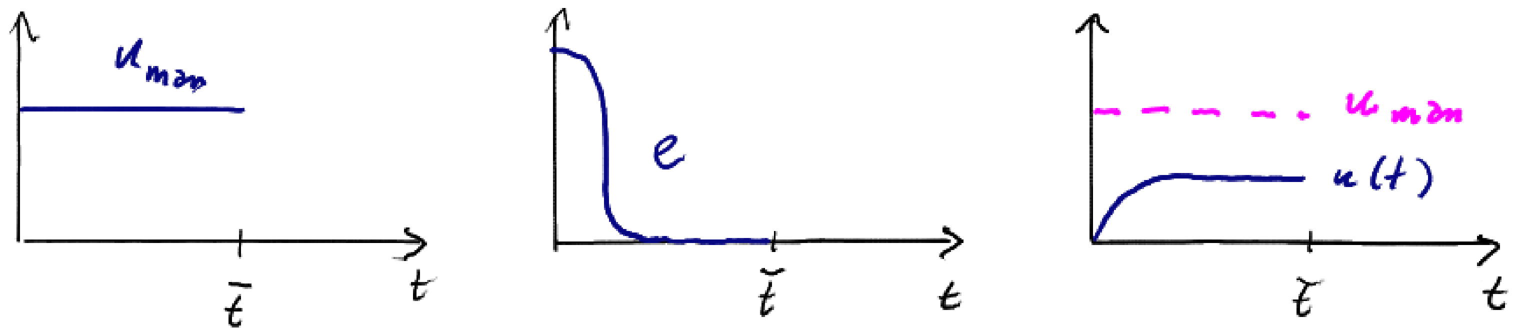
- Fase di avviamento dell'impianto
  1) Controllo manuale del processo per portarlo nell'intorno del PFN
  2) Commutazione al controllo automatico

- Passaggio da (1) a (2) al tempo $\bar{t}$: si vuole che $R(s)$ produca subito $u(\bar{t})$ molto simile a $u_{man}(\bar{t}^-)$ (u_{man} indica il controllo manuale)
  ↳ inserimento "morbido"
  ↳ problema simile a quello del wind-up
    ↳ Idea: "caricare" lo stato del regolatore in modo che la sua uscita sia simile al valore del controllo manuale

Esempio

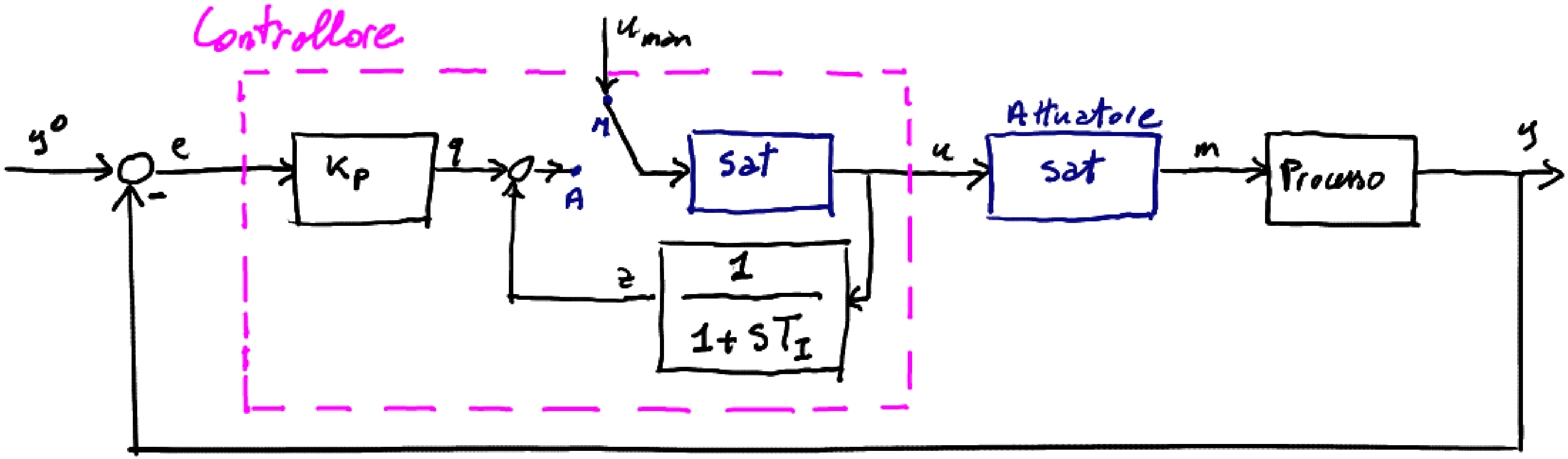


Supponiamo che u_{man} sia costante e porti rapidamente l'uscita del processo a $y(t) = y^o$ (costante)



$u_{man}(\bar{t}) \neq u(\bar{t}) \rightarrow$ se a $\bar{t}$ si commuta da M ad A, l'inserimento non è morbido

Schema con anti-windup e inserimento morbido per PI

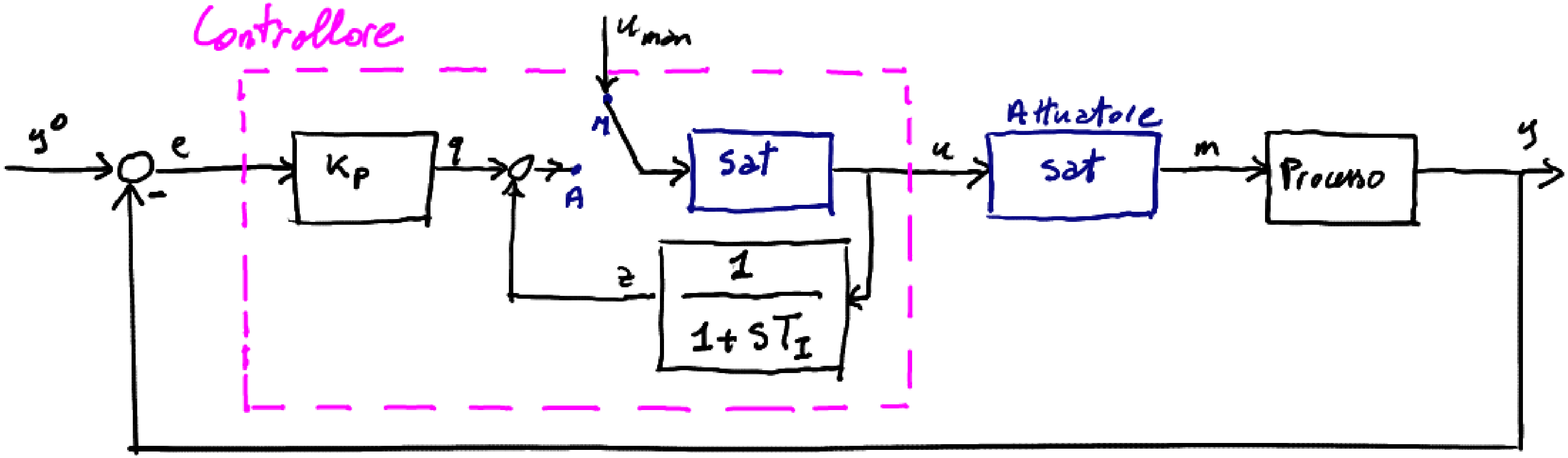


- A, M : posizione dell'interruttore in modo automatico e manuale
- u_{man} : controllo manuale ($|u_{man}| < |u_M|$, u_M = valore di saturazione)

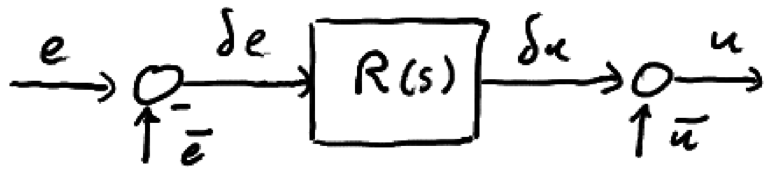
Logica di funzionamento ($\bar{t}$ = istante di commutazione da M ad A)

- y^o costante. Se u_{man} è costante allora $z(\bar{t}^-) \simeq u_{man}$
- Se $e(\bar{t}) = 0$, si ha $y(\bar{t}) = y^o$ e $q(\bar{t}) = 0$. Quindi $u(\bar{t}) = 0 + u_{man} = u_{man}$ → inserimento morbido

Schema con anti-windup e inserimento morbido per PI



Oss. Con l'inserimento morbido, anche se il regolatore è basato sul sistema linearizzato, non lo si implementa come



ma come

Intuitivamente, l'azione integrale nel regolatore lo porta automaticamente al PFN per $t \simeq \bar{t}$, cioè ad avere $e(\bar{t})=0$ e $u(\bar{t})=\bar{u}$ $\longrightarrow$ PFN

Commenti

- Anche per l'inserimento morbido, si progetta il regolatore PI come se il passaggio manuale/automatico non esistesse e lo si implementa come nello schema precedente

- Esistono varianti dello schema per regolatori più generali (ad es. PID) purché contengano un'azione integrale.